

Magic Security

Éric BERTHOMIER
eric.berthomier@free.fr

16 mars 2022



Version 1.0 - Version Stagiaire

Comment échanger un secret ?

Alice souhaite chiffrer un message à envoyer à Bob mais elle sait que Bruce les espionne ...



Algorithme (1/3)

- 1 Se mettre par groupe de 2 (Alice et Bob).



Algorithme (1/3)

- 1 Se mettre par groupe de 2 (Alice et Bob).
- 2 Se mettre d'accord sur une couleur primaire commune.



Algorithme (1/3)

- 1 Se mettre par groupe de 2 (Alice et Bob).
- 2 Se mettre d'accord sur une couleur primaire commune.
- 3 Choisir chacun de son côté une couleur primaire secrète.



Algorithme (1/3)

- 1 Se mettre par groupe de 2 (Alice et Bob).
- 2 Se mettre d'accord sur une couleur primaire commune.
- 3 Choisir chacun de son côté une couleur primaire secrète.
- 4 Mélanger les couleurs (partagée + secrète) chacun de votre côté.



Algorithme (1/3)

- 1 Se mettre par groupe de 2 (Alice et Bob).
- 2 Se mettre d'accord sur une couleur primaire commune.
- 3 Choisir chacun de son côté une couleur primaire secrète.
- 4 Mélanger les couleurs (partagée + secrète) chacun de votre côté.
- 5 Prendre un papier et y indiquer la couleur obtenue.



Algorithme (1/3)

- 1 Se mettre par groupe de 2 (Alice et Bob).
- 2 Se mettre d'accord sur une couleur primaire commune.
- 3 Choisir chacun de son côté une couleur primaire secrète.
- 4 Mélanger les couleurs (partagée + secrète) chacun de votre côté.
- 5 Prendre un papier et y indiquer la couleur obtenue.
- 6 Donner le papier à son binôme.



Algorithme (1/3)

- 1 Se mettre par groupe de 2 (Alice et Bob).
- 2 Se mettre d'accord sur une couleur primaire commune.
- 3 Choisir chacun de son côté une couleur primaire secrète.
- 4 Mélanger les couleurs (partagée + secrète) chacun de votre côté.
- 5 Prendre un papier et y indiquer la couleur obtenue.
- 6 Donner le papier à son binôme.



Algorithme (1/3)

- 1 Se mettre par groupe de 2 (Alice et Bob).
- 2 Se mettre d'accord sur une couleur primaire commune.
- 3 Choisir chacun de son côté une couleur primaire secrète.
- 4 Mélanger les couleurs (partagée + secrète) chacun de votre côté.
- 5 Prendre un papier et y indiquer la couleur obtenue.
- 6 Donner le papier à son binôme.

	Alice	Bob
Couleur partagée	Red	Red
Couleur secrète	Blue	Yellow
Couleur mélangée	Pink	Orange



Algorithme (2/3) - Spy

Votre voisin est en fait un espion à la charge des lézards et a donc connaissance de la couleur que vous avez partagée.



Algorithmme (2/3) - Spy

Votre voisin est en fait un espion à la charge des lézards et a donc connaissance de la couleur que vous avez partagée.

Donnez la couleur partagée à votre voisin sur un papier . . .



- 1 Mélanger la couleur de votre binôme à votre couleur secrète

	Alice	Bob
Couleur reçue du binôme		
Couleur secrète		
Couleur mélangée (Secret)		



Algorithme (3/3) - Secret partagé

- 1 Mélanger la couleur de votre binôme à votre couleur secrète

	Alice	Bob
Couleur reçue du binôme	Orange	Rose
Couleur secrète	Bleu	Jaune
Couleur mélangée (Secret)	Marron	Marron

- 2 Demander à votre voisin Lézard de deviner votre secret partagé...



Démonstration

	Alice	Bob
Nombre partagé	A	A
Nombre secret	α	β
Somme	$A + \alpha$	$A + \beta$
Valeur reçue du binôme	$A + \beta$	$A + \alpha$
Nombre secret	α	β
Somme partagée (Secret)	$A + \beta + \alpha$	$A + \alpha + \beta$
Commutativité de l'addition	$A + \alpha + \beta$	$A + \alpha + \beta$



Définition

- **La division euclidienne** ou division entière est une procédure de calcul qui, à deux entiers naturels appelés dividende et diviseur, associe deux autres entiers appelés quotient (quotient euclidien s'il y a ambiguïté) et reste.
- En informatique, le **modulo** est une opération qui au couple (a, b) d'entiers, associe le reste r de la division euclidienne de a par b.

$$\begin{array}{r|l} 56 & 23 \\ 10 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 515 & 23 \\ 55 & 22 \\ 9 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 69373 & 33 \\ 33 & 2102 \\ 073 & \\ 7 & \end{array}$$



IRL : Diffie Hellman

Source : Wikipedia

- 1 Alice et Bob ont choisi un nombre premier p et une base g .
Dans notre exemple, $p=23$ et $g=5$



IRL : Diffie Hellman

Source : Wikipedia

- 1 Alice et Bob ont choisi un nombre premier p et une base g .
Dans notre exemple, $p=23$ et $g=5$
- 2 Alice choisit un nombre secret $a=6$



IRL : Diffie Hellman

Source : Wikipedia

- 1 Alice et Bob ont choisi un nombre premier p et une base g .
Dans notre exemple, $p=23$ et $g=5$
- 2 Alice choisit un nombre secret $a=6$
- 3 Elle envoie à Bob la valeur $A = g^a \pmod{p} = 5^6 \pmod{23} = 8$



IRL : Diffie Hellman

Source : Wikipedia

- 1 Alice et Bob ont choisi un nombre premier p et une base g .
Dans notre exemple, $p=23$ et $g=5$
- 2 Alice choisit un nombre secret $a=6$
- 3 Elle envoie à Bob la valeur $A = g^a \bmod p = 5^6 \bmod 23 = 8$
- 4 Bob choisit à son tour un nombre secret $b=15$



IRL : Diffie Hellman

Source : Wikipedia

- 1 Alice et Bob ont choisi un nombre premier p et une base g .
Dans notre exemple, $p=23$ et $g=5$
- 2 Alice choisit un nombre secret $a=6$
- 3 Elle envoie à Bob la valeur $A = g^a \bmod p = 5^6 \bmod 23 = 8$
- 4 Bob choisit à son tour un nombre secret $b=15$
- 5 Bob envoie à Alice la valeur $B = g^b \bmod p = 5^{15} \bmod 23 = 19$



IRL : Diffie Hellman

Source : Wikipedia

- 1 Alice et Bob ont choisi un nombre premier p et une base g .
Dans notre exemple, $p=23$ et $g=5$
- 2 Alice choisit un nombre secret $a=6$
- 3 Elle envoie à Bob la valeur $A = g^a \pmod p = 5^6 \pmod{23} = 8$
- 4 Bob choisit à son tour un nombre secret $b=15$
- 5 Bob envoie à Alice la valeur $B = g^b \pmod p = 5^{15} \pmod{23} = 19$
- 6 Alice peut maintenant calculer la clé secrète : $B^a \pmod p = 19^6 \pmod{23} = 2$



IRL : Diffie Hellman

Source : Wikipedia

- 1 Alice et Bob ont choisi un nombre premier p et une base g .
Dans notre exemple, $p=23$ et $g=5$
- 2 Alice choisit un nombre secret $a=6$
- 3 Elle envoie à Bob la valeur $A = g^a \bmod p = 5^6 \bmod 23 = 8$
- 4 Bob choisit à son tour un nombre secret $b=15$
- 5 Bob envoie à Alice la valeur $B = g^b \bmod p = 5^{15} \bmod 23 = 19$
- 6 Alice peut maintenant calculer la clé secrète : $B^a \bmod p = 19^6 \bmod 23 = 2$
- 7 Bob fait de même et obtient la même clé qu'Alice : $A^b \bmod p = 8^{15} \bmod 23 = 2$



